СЮЖЕТЫ ИЗ УМК «МАТЕМАТИКА. 5–6 КЛАССЫ» М.И. БАШМАКОВА

Г.М. Карпова,
гимназия № 631 (Санкт-Петербург),
e-mail: karpova29@mail.ru

Продолжаем знакомить вас с УМК по математике для 5–6 классов М.И. Башмакова[1]. В статье рассмотрены примеры сюжетов (заданий) из рабочих тетрадей и даны рекомендации по работе с ними.

Ключевые слова: УМК М.И. Башмакова, рабочая тетрадь, сюжет.

Сюжетами называются задания из рабочих тетрадей, входящих в УМК М.И. Башмакова для 5–6 классов. Эти учебные материалы, будучи доступны ученикам и удобны при разных формах работы, дают возможность учителю преодолеть сложившиеся традиционные подходы в обучении и усилить воспитательную сторону математического образования. Сюжеты могут стать основой для организации познавательной деятельности школьников (по сути, они являются аналогом проектов и могут служить самостоятельным инструментом для изучения программы). При этом учителю следует направить усилия не столько на достижение конкретных нормативных результатов, сколько на то, чтобы помочь раскрыться ученикам и поддержать их уверенность в собственных силах.

Перечислим темы сюжетов по главам авторской программы.

5 класс

Глава 1. *Мир чисел.* (Пять сюжетов.) Кросснамбер «Числа». Конструирование последовательностей. Выбор наилучшего варианта. Суммы квадратов. Расчёт стоимости ремонта.

Глава 2. *Мир фигур.* (Два сюжета.) Пятиконечная звезда. Построения циркулем и линейкой.

Глава 3. *Движение.* (Один сюжет.) По эскалатору вверх и вниз.

Глава 4. *Десятичные дроби.* (Три сюжета.) Кросснамбер «Запись числа десятичной дробью». Десятичные приближения к золотому числу. Изменение величин.

Глава 5. *Делимость.* (Пять сюжетов.) Сумма делителей. Остатки при делении квадратов чисел. Сумма цифр. Число делителей. Алгоритм Евклида.

Глава 6. *Рациональные числа.* (Пять сюжетов.) Единицы измерения. Кто съел больше каши? Средние скорости. Последовательное деление и умножение. Режем пополам.

Глава 7. *Геометрические построения и измерения.* (Пять сюжетов.) Воспроиз-

[1] См. также: *Карпова Г.М.* Знакомимся с УМК М.И. Башмакова для пятых-шестых классов (№ 5, 2013).

ведение фигур. Ось и центр симметрии. Коробка. Площадь треугольника и его частей. Измерьте сами.

6 класс

Глава 1. *Отрицательные числа.* (Четыре сюжета.) Перемещения по карте. Повороты. Магические звезды. Упорядоченные квадраты.

Глава 2. *Координаты и графики.* (Три сюжета.) Точки с целыми координатами. Рисунок по координатам. График бега.

Глава 3. *Пропорциональность.* (Три сюжета.) Укладка асфальта. Единицы измерения скорости. Пропорциональные величины в геометрии.

Глава 4. *Геометрически конструкции.* 10 практических работ.

Глава 5. *Рациональные числа.* (Три сюжета.) Обыкновенные дроби и десятичные дроби. Новое действие и его свойства. Вычисление площади. Три практические работы по теме «Математические модели».

Рассмотрим несколько сюжетов для 5 класса и дадим рекомендации по работе с ними. (В квадратных скобках указаны ответы к некоторым заданиям.)

Сюжет «Кросснамбер»

(*тема*: Запись числа)

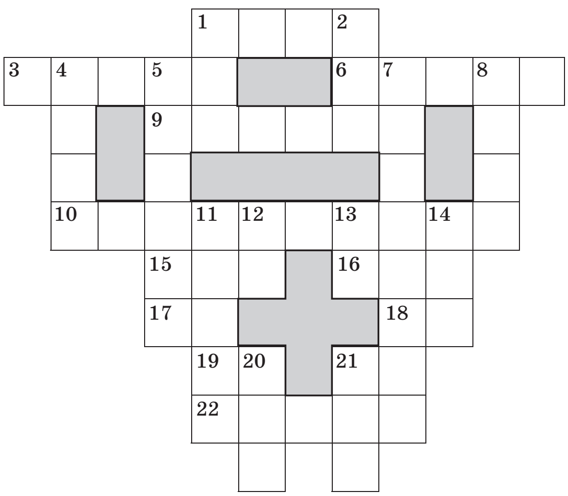

Рис. 1

По горизонтали (рис. 1)

1. Самое большое четырёхзначное число. [999]

3. $3 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$. [31258]

6. Число-палиндром[2], остающееся палиндромом, если его поделить пополам. [64046 или 64246, 64446, 64646, 64846]

9. $16 \times 10\,101$. [161616]

10. Самое большое десятизначное число с разными цифрами. [9878543210]

15. Удвоенное двузначное число из двух одинаковых цифр. [154]

16. Сумма первых одиннадцати нечётных чисел. [121]

17. Решение уравнения $2x - 10 = 100$. [55]

18. Полчаса, выраженные в минутах. [30]

19. 2^5. [32]

21. Число клеток шахматной доски. [64]

22. Перемножьте первые восемь натуральных чисел и прибавьте единицу (это число записывают так: $8! + 1$). [40321]

По вертикали

1. Самое большое трёхзначное число, делящееся на 17. [986]

2. $9 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 1$. [961]

4. Год рождения А.С. Пушкина. [1799]

5. Число-палиндром, делящееся на 5. [517712]

7. Число, записанное первыми его четырьмя цифрами, вдвое больше числа, записанного последними его четырьмя цифрами. [46822341]

8. Перемножьте пять двоек и три пятерки. [4000]

11. Перемножьте 16 двоек, а затем одну двойку отнимите. [65534]

---

[2] Число, которое читается одинаково слева направо и справа налево.

12. $9 \times 3 \times 2$. [54]

13. В двоичной системе это число записывается так: 11111. [31]

14. Самое маленькое трёхзначное число, делящееся на 11. [110]

20. Пятая часть тысячи. [200]

21. Получается при умножении нескольких пятёрок. [625]

Сюжет посвящён изучению чисел и вызывает большой интерес у учащихся, поскольку задание представлено в непринуждённой игровой форме. Увлекательное занятие – заполнение кросснамбера – поможет сформировать у учащихся представления о различных формах записи чисел, закрепить навыки сравнения чисел и составления числовых выражений, а также вычислительные навыки. Каждый учитель может выбрать удобную для себя форму работы с этим сюжетом. Какой бы она ни была, важно обсудить потом результаты и подвести итоги. Советуем обратить внимание учащихся на организацию работы с сюжетом. Например, перед заполнением кросснамбера полезно проанализировать вопросы. Среди них есть вопросы с однозначным ответом (на них нужно отвечать в первую очередь), есть неопределённые и т.д.

Сюжет «Выбор наилучшего варианта»

(*тема*: Сравнение чисел)

На чертеже изображён план квартиры (рис. 2). Масштаб чертежа: в 1 см – 1 м.

1. Известны размеры комнаты, спальни и кухни. Вычислите площадь каждого помещения в квадратных метрах.

$S_{\text{комнаты}} = \dots$, $S_{\text{спальни}} = \dots$, $S_{\text{кухни}} = \dots$.

Вам предстоит выбрать способ покрытия пола в этих помещениях, по вашему мнению, наилучший. Пол в комнате настилается паркетом, в спальне – ковролином, в кухне – плиткой. На выбор предлагаются три сорта каждого материала: дорогой (L), средней стоимости (M), дешёвый (B). В таблице 1 указана стоимость 1 м^2 каждого материала. При выборе материала надо учесть ограничение – общие расходы не должны превысить 50 000 руб.

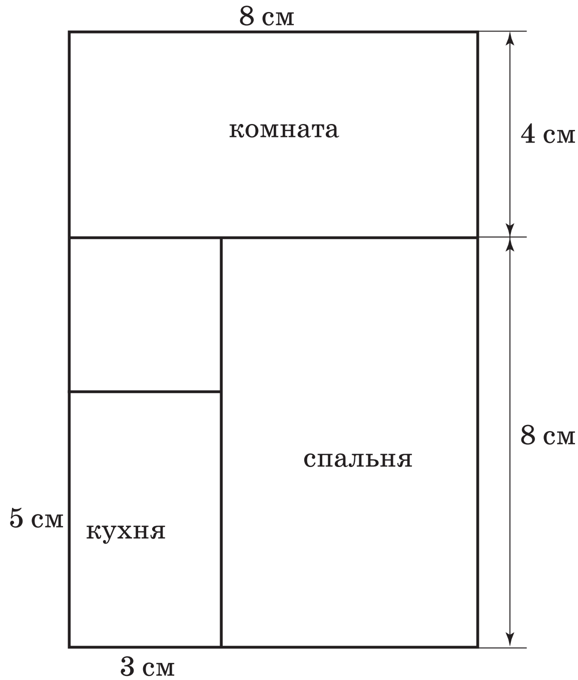

Рис. 2

Таблица 1

	Паркет	Ковролин	Плитка
L	1200	185	1200
M	800	120	470
B	350	90	183

2. Начните с вычисления стоимости материалов в двух крайних вариантах: везде взят самый дорогой или везде взят самый дешёвый материал. Заполните таблицу 2, укажите в ней разность – превышение расходов в первом случае и экономию денег во втором.

Таблица 2

L	□ + □ + □ = □	–	□
B	□ + □ + □ = □	–	□

3. Оцените, сколько есть возможных вариантов выбора.

[Всего 27 вариантов, в пределах указанной суммы – 21].

4. Выберите свой вариант (с учётом указанного ограничения), заполните таблицу 3.

Таблица 3

	Вариант	Стоимость
Комната		
Спальня		
Кухня		
	Итого	
Неиспользованные средства		

[Комната – вариант L, 38 400 руб.; спальня – B, 3600 руб.; кухня – M, 7050 руб.; расход – 49 050 руб.; остаток – 950 руб.].

Это «семейный» сюжет, его лучше включить в домашнюю работу. В сюжете несколько нетрудных заданий, в том числе практического характера, в которых подсчёт стоимости ремонта можно сделать устно; на это стоит обратить внимание учеников. Последние два задания (подсчёт количества возможных вариантов и выбор подходящего варианта) полезны для развития комбинаторного мышления. Они вызывают у ребят настоящий азарт, это главный рычаг интереса в работе над сюжетом. Для того чтобы ученики обменялись опытом и обсудили разные подходы к решению проблемы ремонта, можно провести защиту сюжета на уроке.

Сюжет «Суммы квадратов»

(*тема*: Квадраты чисел)

Число 16 является квадратом: $16 = 4^2$; число 13 не является квадратом, но его можно представить в виде суммы двух квадратов: $13 = 2^2 + 3^2$.

1. Проверьте перебором, что число 11 нельзя записать в виде суммы двух квадратов, но можно записать как сумму трёх квадратов: $11 = \square^2 + \square^2 + \square^2$.

2. Проверьте, что числа 7 и 15 нельзя записать в виде суммы трёх квадратов, но можно записать как сумму четырёх квадратов:

$$7 = 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2;$$
$$15 = \square^2 + \square^2 + \square^2 + \square^2.$$

3. Разложите каждое нечётное число, меньшие 60, на сумму квадратов, используя наименьшее возможное число слагаемых. Заполните таблицу 4.

Таблица 4

Число	Сумма квадратов
1	1^2
3	$1^2 + 1^2 + 1^2$
5	
...	
59	

4. Найдите закономерности.

а) Каким общим свойством обладают числа, которые можно записать в виде суммы двух квадратов?

[При делении на 4 эти числа дают остаток 1].

б) Каким общим свойством обладают числа, которые нельзя записать в виде суммы менее, чем четырёх, квадратов?

[При делении на 4 эти числа дают остаток 3].

Сюжет знакомит с новым взглядом на число. Представление числа в виде суммы квадратов подтолкнёт некоторых учащихся изображать числа геометрически, то есть рисуя в тетради подходящие квадраты (подобный подход к числам оправдан исторически – вспомним фигурные числа древних греков). Возможно, такой способ выполнения задания вызовет у этих учащихся больше положительных эмоций и облегчит решение. Сам сюжет направлен на закрепление понятия квадрата числа, содержит много заданий на тренировку счёта, служит развитию у ребят любознательности и наблюдательности. Интересно обсудить закономерности, которые учащиеся выявят для указанных чисел, а также выяснить, верны ли обратные утверждения. Например, число 21 при делении на 4 даёт остаток 1, но его нельзя представить в виде суммы двух квадратов.

Задания в сюжет могут добавить и сами учащиеся – те ребята, у кого пробудится любознательность и возникнут вопросы. Например, их может заинтересовать, почему автор сюжета предлагает рассмотреть нечётные числа, меньшие 60? А что получается в случае чётных чисел? Есть ли числа, которые можно неоднозначно представить в виде суммы двух квадратов? Обычно ученики робко проявляют такого рода любопытство, и учителю важно услышать их и всячески поддержать у них интерес к изучению чисел.

Сюжет «Пятиконечная звезда»

(*тема*: Углы треугольника)

На рисунке изображена правильная пятиконечная звезда – все её стороны и все углы равны между собой (рис. 3). Если соединить по кругу вершины звезды, то получится правильный пятиугольник. Будем считать известным, что лучи, выходящие из точки A, а также из других вершин, образуют между собой равные углы.

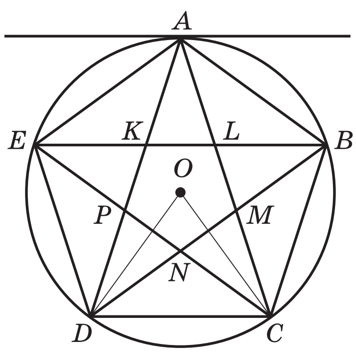

Рис. 3

1. Вычислите: острый угол звезды, например $\angle DAC$; угол при вершине правильного пятиугольника, например $\angle EAB$; углы между стороной пятиугольника и его диагоналями, например $\angle AED$ и $\angle AEC$; угол между радиусами, проведёнными к двум соседним вершинам, например $\angle DOC$.

2. Что можно сказать о пятиугольнике $KLMNP$?

3. Зная величину острого угла правильной звезды и умея строить этот угол с помощью транспортира, восстановите полностью чертёж, исходя из заданной стороны DC. (Позже мы научимся строить правильный пятиугольник и пятиконечную звезду, не прибегая к транспортиру – только с помощью циркуля и линейки.)

Сюжет связан с изучением самой замечательной фигуры, известной человеку с давних времён. В нём предложены типовые учебные задачи. Для их успешного выполнения, помимо знания основных понятий и фактов (понятия развёрнутого угла, различных видов симметрии и др.), требуются смекалка и умение логически мыслить. Полезно обсудить вопрос: как проверить, что звезда построена верно? Обсуждая решение, не нужно требовать от учащихся строгих доказательств, важно, чтобы ребята правильно подмечали и формулировали закономерности и могли пояснить свои действия. При работе с этим сюжетом можно привлечь интересный материал из истории математики, связанный с правильными многоугольниками, в том числе с пятиугольником.

По эскалатору вверх и вниз

(*тема*: Сложение и вычитание скоростей)

На станции метро движутся два эскалатора с одинаковой скоростью: один вверх, другой вниз. Длина эскалатора 300 ступеней, высота ступени 20 см.

1. Эскалатор сломался и человек спускался вниз по неподвижному эскалатору.

Найдите, на какую высоту опускает (поднимает) эскалатор.

2. Два человека одновременно встали на спускающийся эскалатор. Один из них стоял неподвижно, другой пошёл вниз с постоянной скоростью и насчитал 100 ступеней. Спустившись, он в течение двух минут ожидал первого человека. С какой скоростью эскалатор осуществляет подъём – спуск (по высоте)? Ответ дайте в м/мин.

3. Человек стал подниматься по неподвижному эскалатору. Когда он поднялся на середину пути, эскалатор заработал на спуск. Человек побежал вверх, затратил на подъем 30 с и насчитал 175 ступеней. Какова была при этом его скорость подъёма (в м/мин)?

4. Человек не стоит на эскалаторе, а всегда поднимается (или спускается) одновременно с ним. Его собственная скорость при подъёме вдвое меньше скорости при спуске. Спускаясь, человек насчитал 120 ступеней. Сколько ступеней он насчитает при подъёме? (Скорость подъёма и спуска самого эскалатора одна и та же.)

В сюжете несколько задач на движение в непривычной ситуации, немного более сложной, чем традиционная (движение по реке). Следует обратить внимание учащихся на то, что в сюжете речь идёт о расстояниях по вертикали, а не по наклонной плоскости (рис. 4).

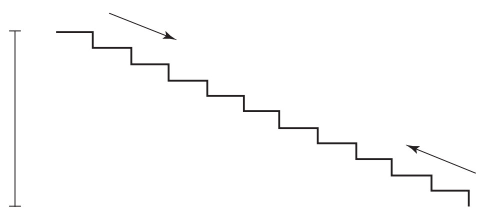

Рис. 4

Рассмотрим возможные решения заданий.

1. $20 \cdot 300 = 6000$ см = 60 м.

2. $(20 \cdot 100) : 2 = 1000$ см/мин = 10 м/мин. Объяснить, что за 2 мин эскалатор спустился на расстояние в 100 ступеней, можно так: когда человек идёт по спускающемуся эскалатору, он обгоняет эскалатор на то количество ступеней, которое прошёл по эскалатору.

3. За 30 с человек прошёл по высоте расстояние $20 \cdot 175 = 3500$ см = 35 м. Тогда его собственная скорость – 70 м/мин. Скорость подъёма $70 - 10 = 60$ м/мин.

4. Решение существенно облегчает догадка: для получения ответа нужно рассматривать отношения расстояний, на которые за одинаковое время поднимает (опускает) эскалатор и поднимается (опускается) человек. При этом сами расстояния удобно выражать через количество ступеней. Когда человек спустится по эскалатору (пройдёт расстояние в 300 ступеней), эскалатор за то же время спустится на $300 - 120 = 180$ ступеней. Значит, при спуске отношение расстояний эскалатора и человека $180 : 120 = 3 : 2$. Скорости их относятся так же. При подъёме отношение скоростей эскалатора и человека будет $3 : 1$ (собственная скорость человека при подъёме в два раза меньше, чем при спуске), оно равно отношению соответствующих расстояний. Таким образом, при подъёме человек успеет пройти четверть всех ступеней эскалатора, то есть 75.

Как показывает практика, этот сюжет вызывает живой интерес у ребят, они с удовольствием участвуют в обсуждении решения. Также он всегда вызывает желание исследовать движение на конкретном эскалаторе, поэтому работу с сюжетом можно продолжить, рассмотрев реальную ситуацию (в итоге получится множество различных проектов учащихся).

Решить вопрос о включении сюжетов в обучение математике в 5–6 классах помогут требования нового ФГОС. В требованиях к структуре основной образовательной программы основного общего образования говорится о разделении этой программы на две части: обязательную часть и часть, формируемую участниками образовательного процесса. Для последней удобно выделить группу заданий, названных в УМК М.И. Башкмакова сюжетами (подробнее см.: http://bashmakov.su/Osnovnaya/programma_proekty.pdf).

Литература

1. *Башмаков М.И.* Математика. Обучение в 5–6 классах по учебникам М.И. Башмакова. – М.: АСТ, Астрель, 2013.

2. *Башмаков М.И.* Математика. 5 класс. Рабочая тетрадь (в двух частях). – М.: Астрель, 2012.