

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

КР-10-1 ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ

Профильный уровень

І вариант

1. Найдите последнюю отличную от нуля цифру в десятичной записи числа $10!$.
2. Упростите:

$$\frac{a^2 - bc}{(a + b)(a + c)} + \frac{b^2 - ac}{(b + c)(b + a)} + \frac{c^2 - ab}{(c + a)(c + b)}.$$

3. Найдите горизонтальную и вертикальную асимптоту функции $y = \frac{2x - 5}{x + 1}$.
4. Решите уравнение: $x^3 + 3x^2 + x - 1 = 0$.

ІІ вариант

1. Найдите, сколькими нулями оканчивается число $25!$
2. Упростите:

$$\frac{1}{a(a - b)(a - c)} + \frac{1}{b(b - a)(b - c)} + \frac{1}{c(c - a)(c - b)} = \frac{1}{abc}.$$

3. Найдите вертикальную и горизонтальную асимптоты графика функции $y = \frac{3x + 2}{x + 1}$.
4. Решите уравнение $x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0$.

КР-10-2 КОРНИ, СТЕПЕНИ И ЛОГАРИФМЫ

Гуманитарный и базовый уровни

І вариант

1. Вычислите:

$$1) \sqrt[3]{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 : 81^{-\frac{5}{3}};$$

$$3) \log_2 5 - 2\log_2 6 + \log_2 0,9;$$

$$4) 3^{2\log_3 7}.$$

$$2) \log_{\frac{1}{8}}(2\sqrt{2});$$

2. Решите уравнение:

$$1) \left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} = 1\frac{7}{9};$$

$$3) \log_6(2x^2 - x) = 1 - \log_6 2;$$

$$4) 4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24.$$

$$2) \log_2(2x - 1) = 3;$$

ІІ вариант

1. Вычислите:

$$1) 32^{\frac{1}{2}} : \sqrt[6]{8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2};$$

$$3) \log_{0,5} 18 + \log_{0,5} \frac{1}{8} - 2\log_{0,5} 3;$$

$$2) \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49\sqrt{7}};$$

$$4) 2^{3\log_2 5}.$$

2. Решите уравнение:

$$1) 0,4^{x+1} = 6\frac{1}{4};$$

$$3) \lg(x^2 - x) = 1 - \lg 5;$$

$$4) 5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250.$$

$$2) \log_3(3 - 4x) = 2;$$

КР-10-2 КОРНИ, СТЕПЕНИ И ЛОГАРИФМЫ

Профильный уровень

І вариант

1. Докажите тождество: $\frac{\sqrt{34 - 24\sqrt{2}} + 1}{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} = 3(\sqrt{2} + 1)$.

2. Вычислите:

1) $0,2^{2\log_5 3 - 1}$;

2) $\log_3 (\log_2 5 \cdot \log_5 8)$;

3) $\left(\sqrt[4]{100^{-2}} \cdot (0,81)^{\frac{1}{2}} \cdot 9 + 3 \cdot \left(\frac{2}{7} \right)^0 \right)^{\frac{3}{2}}$.

3. Решите уравнение:

1) $\lg(3 - x) - \lg(x + 2) = 2 \lg 2$;

2) $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^{x-2} = 3$;

3) $27^{\frac{x+2}{3}} = 3^x + 729 \cdot 2^{\frac{x}{2}}$.

ІІ вариант

1. Докажите тождество: $\frac{\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - 3}{\sqrt{27 + 10\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

2. Вычислите:

1) $0,5^{2 - \log_2 3}$;

2) $\log_5 128 \cdot \log_2 \frac{1}{125}$;

3) $\left(\left(\frac{27}{8^{-1,5}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot (\sqrt[4]{8^{0,4}})^5 - 25 \right)^{-2}$.

3. Решите уравнение:

1) $\log_2(4 - x) + \log_2(1 - 2x) = 2 \log_2 3$;

2) $4^{x+2} - 3 = 4 \cdot 2^{x-1}$;

3) $25^{\frac{x+1}{2}} - 5^{x-1} = \frac{12 \cdot 16^{\frac{x}{2}}}{5^x}$.

КР-10-3 КОМБИНАТОРИКА И СТАТИСТИКА

Гуманитарный уровень

I вариант

1. Сколько есть кратчайших путей по клеткам шахматной доски, ведущих из одного ее угла в противоположный?
2. Сколько анаграмм у слова СКАНДАЛ?
3. В алфавите 5 букв. Каким числом способов можно составить фразу из трех слов, каждое из которых имеет 3 буквы?

II вариант

1. В трех группах 20, 25 и 30 человек соответственно. Каким числом способов можно выбрать по одному представителю от каждой группы?
2. Каким числом способов можно набрать подряд 4 различных цифры?
3. Сколькими способами можно записать подряд 6 имен, среди которых есть два одинаковых имени?

КР-10-3 КОМБИНАТОРИКА И СТАТИСТИКА

Базовый и профильный уровни

I вариант

1. Сколькими способами можно посадить 6 человек за круглый стол? (Расстановки, получающиеся поворотом, считаются одинаковыми).
2. В группе 20 человек. Есть 30 разных билетов в театр. Сколькими способами можно выбрать из группы двух человек и дать им билеты в театр?
3. Сколькими способами можно рассадить 6 человек в 2 вагона, но так, чтобы не все они оказались в одном вагоне?
4. В классе 10 мальчиков и 10 девочек. Каким числом способов можно назначить разных дежурных по одному на каждый из 6 дней, но так, чтобы дежурства мальчиков и девочек чередовались друг с другом?
5. В ряду кинотеатра 10 мест. Каким числом способов можно посадить в этом ряду трех зрителей так, чтобы никакие два из них не сидели рядом?

II вариант

1. Бросаются три шестигранных кубика разных цветов. Сколько различных комбинаций может при этом получиться?
2. Каким числом способов можно поставить в ряд 10 человек так, чтобы между двумя фиксированными людьми стояло ровно 3 человека?
3. Каким числом способов можно из 20 различных пар перчаток выбрать 10 перчаток так, чтобы они все были на одну руку?
4. В буфете 5 чашек и 5 блюдец. Каким числом способов можно выбрать две чашки и два блюда?
5. Сколько существует пятизначных чисел, оканчивающихся двумя пятерками?

КР-10-4-1 ТРИГОНОМЕТРИЯ

Гуманитарный и базовый уровни

І вариант

1. Постройте на единичной окружности точки P_t , соответствующие данным углам (числам) t . Для каждого из них укажите значение синуса, косинуса и тангенса.

а) $t = \frac{17\pi}{6}$;

б) $t = -300^\circ$;

в) $t = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. Вычислите $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$, если $\cos\alpha = \frac{2}{3}$, $1,5\pi < \alpha < 2\pi$.

3. Решите уравнение:

а) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0, x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$;

б) $5 - 2 \sin^2 x + 7 \cos x = 0$.

ІІ вариант

1. Постройте на единичной окружности точки P_t , соответствующие данным углам (числам) t . Для каждого из них укажите значение синуса, косинуса и тангенса.

а) $t = \frac{11\pi}{4}$;

б) $t = -330^\circ$;

в) $t = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. Вычислите $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $0,5\pi < \alpha < \pi$.

3. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = 1, x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$;

б) $2 \cos^2 x + 9 \sin x + 3 = 0$.

КР-10-4-1 ТРИГОНОМЕТРИЯ

Профильный уровень

І вариант

1. Вычислите:

а) $\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\frac{31\pi}{3}$;

в) $\sin \alpha$, если $\cos 2\alpha = \frac{161}{289}$ и $\alpha \in [1,5\pi; 2\pi]$.

б) $\frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\sqrt{2}\cos 35^\circ}$;

2. Преобразуйте в произведение $1 - 2\sin\frac{\alpha}{2} - \cos\alpha$.

3. Упростите выражение:

а)
$$\frac{\sin 2\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)}{1 + \sin\left(-\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}$$
;

б) $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} + \operatorname{ctg}^2\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + 1$.

ІІ вариант

1. Вычислите:

а) $\sin\left(-\frac{32\pi}{3}\right)\cos\frac{25\pi}{6}$;

в) $\cos \alpha$, если $\cos 2\alpha = \frac{119}{169}$ и $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

б) $\frac{\cos 20^\circ + \sin 10^\circ}{\sqrt{3}\sin 40^\circ}$;

2. Преобразуйте в произведение $1 - 2\cos\frac{\alpha}{2} + \cos\alpha$.

3. Упростите выражение:

а)
$$\frac{\sin^2(2\pi - \alpha) + \cos 2\alpha + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin \alpha \cos \alpha + \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$$
;

б) $\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} + \operatorname{ctg}\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

КР-10-4-2 ТРИГОНОМЕТРИЯ

Профильный уровень

І вариант

1. Решите уравнения:

1) $\frac{2\cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0;$

2) $\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x;$

3) $2 \cos^2 x + 3 \sin 2x = 2.$

2. Решите систему:
$$\begin{cases} \cos 2y = \cos y, \\ \sqrt{x^2 - 2x} = 2 \sin y. \end{cases}$$

3. Определите, при каких значениях a уравнение $\cos x - \cos 2x = a$ имеет решения.

ІІ вариант

1. Решите уравнения:

1) $\frac{2\sin 2x - \sqrt{3}}{\sqrt{\sin x}} = 0;$

2) $\sin 7x + \sin 3x = \cos 2x;$

3) $1 - 4 \cos^2 x = \sin 2x.$

2. Решите систему:
$$\begin{cases} \cos 2x - \cos x = 0, \\ \sqrt{y^2 - y - 3} = -2 \sin x. \end{cases}$$

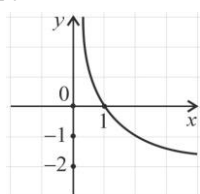
3. Определите, при каких значениях a уравнение $\sin x + \cos 2x = a$ не имеет корней.

КР-10-5-1 ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

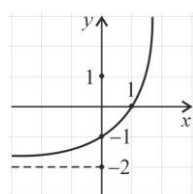
Гуманитарный и базовый уровни

I вариант

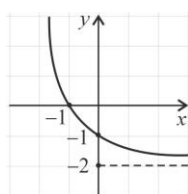
1. Укажите область определения функции $y = \log_2(3 - x) + \log_2 x^2$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = f(x)$ на заданном отрезке: $f(x) = x^2 - 4x + 1$, $[0; 3]$
3. Сравните числа: а) $\log_2 3$ и $\log_2 \sqrt{8}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4}$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$. Ответ обоснуйте.
4. На рисунке изображены графики функций. Какой из них является графиком функции $y = 2^{-x} - 2$? Ответ обоснуйте.



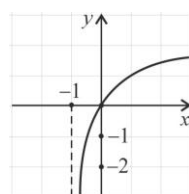
а



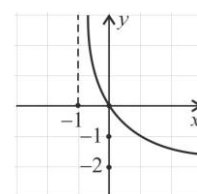
б



в



г

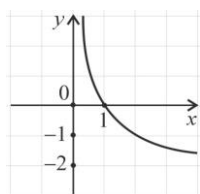


д

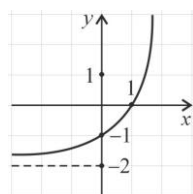
5. Постройте график функции $y = \sin \frac{x}{2}$. Укажите область определения, множество значений, наименьший положительный период, точки экстремумов, нули функции.

II вариант

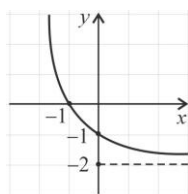
1. Укажите область определения функции $y = \lg(x - 1)^2 - \lg(x + 1)$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = f(x)$ на заданном отрезке: $f(x) = x^2 + 6x - 8$, $[-4; 0]$
3. Сравните числа: а) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{10}$ и $\log_{\frac{1}{2}} 3$; б) $3^{1,7}$ и $3^{\sqrt{3}}$. Ответ обоснуйте.
4. На рисунке изображены графики функций. Какой из них является графиком функции $y = -\log_2(x + 1)$? Ответ обоснуйте.



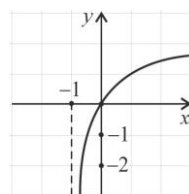
а



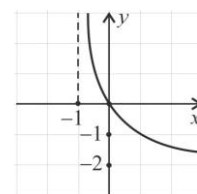
б



в



г



д

5. Постройте график функции $y = \cos 3x$. Укажите область определения, множество значений, наименьший положительный период, точки экстремумов, нули функции.

КР-10-5-1 ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

Профильный уровень

І вариант

- 1) Постройте график функции $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$. Укажите область определения, область значений, промежутки постоянного знака.
 - 2) Определите, при каких значениях a уравнение $|f(x)| = a$ имеет два различных отрицательных корня.
 - 3) Составьте формулу обратной функции для $f(x)$. Укажите ее область определения и множество значений.
2. Составьте формулу функции $y = f(g(x))$ и найдите область определения, если $f(x) = \sqrt{1-x}$, $g(x) = (x-1)^2$
 3. Найдите область значения функции $y = \sqrt{5-4x-x^2}$.

ІІ вариант

- 1) Постройте график функции $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$. Укажите область определения, область значений, промежутки постоянного знака.
 - 2) Определите, при каких значениях a уравнение $|f(x)| = a$ имеет два различных отрицательных корня.
 - 3) Составьте формулу обратной функции для $f(x)$. Укажите ее область определения и множество значений.
2. Составьте формулу функции $y = f(g(x))$ и найдите область определения, если $f(x) = 1-x^2$, $g(x) = \sqrt{4-x^2}$
 3. Найдите область значения функции $y = \sqrt{x^2-6x+10}$.

КР-10-5-2 ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

Профильный уровень

І вариант

1. Постройте график функции $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. Укажите область определения, область значений, наименьший положительный период, нули функции, промежутки постоянного знака, точки экстремумов, промежутки монотонности.
2. Решите неравенство $\log_2(4^x - 12) \leq 2$.
3. Определите, при каких значениях a уравнение $\log_{\frac{1}{2}}(4x - x^2) = a$ имеет два корня.

ІІ вариант

1. Постройте график функции $f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$. Укажите область определения, область значений, наименьший положительный период, нули функции, промежутки постоянного знака, точки экстремумов, промежутки монотонности.
2. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{4}}(2^x - 8) \geq -2$.
3. Определите, при каких значениях a уравнение $\log_2(x - x^2) = a$ имеет два корня.