

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

КР-11-1 Комплексные числа

Профильный уровень

I вариант

1. Дано комплексное число $z = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}$.

1) Запишите число z в алгебраической и тригонометрической формах и изобразите его на комплексной плоскости;

2) Возведите число z в степень $n = 12$.

3) Найдите все корни уравнения $w^3 = 1$, изобразите корни на комплексной плоскости.

4) Найдите произведение корней w_0, w_1, w_2 .

2. Найдите x и y , считая их действительными, если $(1+i)x + (1+2i)y = 1+i$.

3. Какая линия на плоскости Oxy определяется уравнением $(1-i)z + (1+i)\bar{z} + 2 = 0$. Сделайте чертеж.

4. Какое множество точек плоскости задается системой неравенств

$$\begin{cases} 1 \leq |z-2| \leq 2, \\ \frac{\pi}{8} \leq \arg(z-2) \leq \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

II вариант

1. Дано комплексное число $z = \frac{4}{\sqrt{3}-i}$.

1) Запишите число z в алгебраической и тригонометрической формах и изобразите его на комплексной плоскости;

2) Возведите число z в степень $n = 12$.

3) Найдите все корни уравнения $w^3 = -1$, изобразите корни на комплексной плоскости.

4) Найдите произведение корней w_0, w_1, w_2 .

2. Найдите x и y , считая их действительными, если $(2+i)x + (1-3i)y = 1+4i$.

3. Какая линия на плоскости Oxy определяется уравнением $(2-i)z + (2+i)\bar{z} + 5 = 0$. Сделайте чертеж.

4. Какое множество точек плоскости задается системой неравенств

$$\begin{cases} 2 \leq |z+1| \leq 3, \\ \frac{\pi}{4} \leq \arg(z+1) \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

КР-11-2-1 НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Гуманитарный уровень

І вариант

1. Вычислите производные функций:

1) $y = 8x - 1$;

2) $y = 3x^5$;

3) $y = 2 \sin x - 1$;

4) $y = 4 - \ln x$;

5) $y = \sqrt[5]{x^3}$.

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 3x^2 - 5x + 1$ в точке $x_0 = 1$.

3. Определите промежутки монотонности функции $y = 4x^3 - 3x^2 + 4$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 9 \cos x + 9x + 7$ на отрезке $[0; \pi]$.

ІІ вариант

1. Вычислите производные функций:

1) $y = 12x + 1$;

2) $y = 2x^6$;

3) $y = 2 \cos x + 4$;

4) $y = 12 - e^x$;

5) $y = \sqrt[4]{x^5}$.

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = -2x^2 + x + 3$ в точке $x_0 = -1$.

3. Определите промежутки монотонности функции $y = 2x^3 - 6x^2 + 2$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 7 \sin x - 7x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

КР-11-2-1 НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Базовый и профильный уровни (2 урока)

Производная и ее применение

I вариант

1. Вычислите производные функций:

$$1) y = 3x^4 - x^3 - \frac{3x^2}{7} + 5x + 9;$$

$$3) y = \frac{x+1}{x^2-2};$$

$$2) y = 6\sqrt[3]{4x^2} - \frac{7}{x^3};$$

$$4) y = e^{2-x} \cdot \ln 2x.$$

2. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции $y = 2x^5 + 7,5x^4 - 20x^2 + 2$.

3. Прямая $y = 4x + 1$ является касательной к графику функции $y = 2x^2 + bx + 1$. Найдите значения b .

4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 10\sin x - \frac{36x}{\pi} + 8$ на $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

5. Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 2t^3 - 5t^2 + 5$ (s – в метрах, t – в секундах). Найдите моменты времени после начала движения, когда ее скорость равна 24 м/с; найдите ускорение в этот момент времени.

II вариант

1. Вычислите производные функций:

$$1) y = -2x^5 + \frac{4x^3}{3} - 8x^2 - 7x + 5;$$

$$3) y = \frac{4x}{x^2+1};$$

$$2) y = 3\sqrt[4]{2x^3} + \frac{4}{x^2};$$

$$4) y = e^{2x} \cdot \ln(1-2x).$$

2. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции $y = 2,4x^5 - 9x^4 + 24x^2 + 4$.

3. Прямая $y = x + 4$ является касательной к графику функции $y = x^2 + bx - 2$. Найдите значения b .

4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 8\cos x + \frac{33x}{\pi} + 7$ на $\left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$.

5. Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 4t^3 - 9t^2 + 3$ (s – в метрах, t – в секундах). Найдите моменты времени, когда ее скорость равна 120 м/с; найдите ускорение в этот момент времени.

КР-11-2-2 НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Базовый и профильный уровни

Интеграл

І вариант

1. Докажите, что функция $f(x) = x^2 - \cos 2x - 2x + 4$ является первообразной для функции $g(x) = 2x + 2 \sin 2x - 2$.

2. Найдите первообразную для функции $f(x) = \frac{3}{2\sqrt{2x-1}} + \frac{1}{x}$, если известно, что график проходит через точку $M(1; 1)$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x + 5$ и $y = 5 - x$.

ІІ вариант

1. Докажите, что функция $f(x) = 2 \cos \frac{x}{2} - x^3 - 3x + 1$ является первообразной для функции $g(x) = -\sin x - 3x^2 - 3$.

2. Найдите первообразную для функции $f(x) = \frac{2}{x-1} + \sqrt{2x}$, если известно, что график проходит через точку $M(2; 3)$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 3$ и $y = 2x + 3$.

КР-11-3 ВЕРОЯТНОСТЬ

Гуманитарный уровень

I вариант

1. Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий.

1.1. Одно из выбранных чисел – единица.

1.2. Оба числа четны.

2. Алфавит состоит из шести букв А, Б, В, Г, Д, Е и четырех цифр 0, 1, 2, 3. Вычислите вероятности следующих событий.

2.1. Случайным образом составленное трехбуквенное слово содержит 2 согласных буквы и одну цифру.

2.2. Случайным образом составленное трехбуквенное слово оказалось четным числом.

II вариант

1. Из 9 последовательных натуральных чисел 2, 3, ..., 10 случайно выбираются 2 различных числа. Вычислите вероятности следующих событий.

1.1. Одно из выбранных чисел делится без остатка на второе.

1.2. Оба числа кратны 3.

2. Алфавит состоит из шести букв А, Б, В, Г, Д, Е и четырех цифр 0, 1, 2, 3. Вычислите вероятности следующих событий.

2.1. Случайным образом составленное трехбуквенное слово содержит 2 цифры и одну гласную букву.

2.2. Случайным образом составленное трехбуквенное слово оказалось нечетным числом.

КР-11-3 ВЕРОЯТНОСТЬ

Базовый уровень

I вариант

1. Алфавит состоит из шести букв А, Б, В, Г, Д, Е и четырех цифр 0, 1, 2, 3.

Вычислите вероятности следующих событий.

1.1. В случайным образом составленном шестибуквенном слове чередуются буквы и цифры?

1.2. В пятибуквенном слове четыре буквы и цифра 1, причем буквы идут в алфавитном порядке.

2. Из 16 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий.

2.1. Ни одно из чисел не делится на 3.

2.2. Разность между большим и меньшим из выбранных чисел равна 5.

II вариант

1. Алфавит состоит из шести букв А, Б, В, Г, Д, Е и четырех цифр 0, 1, 2, 3.

Вычислите вероятности следующих событий.

1.1. В случайным образом составленном шестибуквенном слове четыре буквы и две цифры, причем цифры расположены рядом?

1.2. В пятибуквенном слове 2 различные буквы и 3 различные цифры, причем цифры идут в порядке возрастания.

2. Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий.

2.1. Ни одно из чисел не делится на 4.

2.2. Произведение чисел четное.

КР-11-3 ВЕРОЯТНОСТЬ

Профильный уровень

І вариант

1. В классе из 25 учеников: 5 отличников, 6 двоечников, остальные учатся на 4 и 3. Выбираем наугад 2 учеников. Вычислите вероятности следующих событий.

1.1. Ученики из разных групп.

1.2. Ни один из них не является отличником.

2. Ученик знает ответы на 15 вопросов из 25. Он может сдавать зачет несколько раз. Предполагается, что его знания остаются на одном уровне и заданный один раз вопрос может быть задан повторно. Вычислите вероятности следующих событий.

2.1. Ученик сдаст зачет со второй попытки.

2.2. Число попыток будет не меньше 6. Пусть заданный один раз вопрос не может быть задан повторно.

2.3. Какова вероятность, что ученик сдаст зачет со второй попытки?

2.4. Какова вероятность, что число попыток будет не меньше 3?

3. Значения a и b равновозможны в квадрате $|a| \leq 1$, $|b| \leq 1$. Найдите вероятности события $A = \{\text{корни квадратного трехчлена } x^2 + 2ax + b \text{ положительные}\}$.

ІІ вариант

1. В классе 30 учеников, из которых 15 человек изучают английский, 5 человек – немецкий, остальные – французский. Выбираем наугад 2 учеников. Вычислите вероятности следующих событий.

1.1. Ученики из разных групп.

1.2. Ни один из них не изучает английский.

2. Ученик знает ответы на 9 вопросов из 25. Он может сдавать зачет несколько раз, причем к каждой пересдаче он дополнительно знает ответы еще на 2 вопроса. Предполагается, что любой вопрос может быть задан повторно. Вычислите вероятности следующих событий.

2.1. Ученик сдаст зачет со второй попытки.

2.2. Число попыток будет не меньше 3. Пусть заданный один раз вопрос не может быть задан повторно.

2.3. Какова вероятность, что ученик сдаст зачет со второй попытки?

2.4. Какова вероятность, что число попыток будет не меньше 3?

3. Значения a и b равновозможны в квадрате $|a| \leq 1$, $|b| \leq 1$. Найдите вероятности события $A = \{\text{корни квадратного трехчлена } x^2 + 2ax + b \text{ отрицательны}\}$.

КР-11-4-1 УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Гуманитарный и базовый уровни

І вариант

1. Решите уравнения:

а) $\frac{2}{x+5} - \frac{3}{1-x} = -1$;

б) $\log_2(3-x) = 1 - \log_{\frac{1}{2}} x$;

в) $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x+8} = 4$.

2. Решите систему $\begin{cases} 5 + 2\cos 2x + 8\cos x = 0, \\ 2\sin x - 1 > 0. \end{cases}$

3. Решите графически уравнение $2^{-x} = 3x + 10$.

ІІ вариант

1. Решите уравнения:

а) $\frac{2}{3-x} - \frac{1}{x-1} = 1$;

б) $\log_4(6-2x) - \log_{\frac{1}{4}} x = 1$;

в) $\sqrt{1-3x} \cdot \sqrt{x+5} = 4$.

2. Решите систему $\begin{cases} \cos 2x - 5\sin x - 3 = 0, \\ 2\cos x + 1 \geq 0. \end{cases}$

3. Решите графически уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x = x - 4$.

КР-11-4-1 УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Профильный уровень

І вариант

1. Решите уравнения:

а) $|x|x + 8x - 7 = 0$;

б) $\sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4$;

в) $8^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{3x+3}{x}} + 12 = 0$.

2. Решите систему
$$\begin{cases} \frac{\sin 2x - \cos x}{\sqrt{y+1}} = 0, \\ y = 4 \sin x - 3. \end{cases}$$

3. Определите, сколько корней имеет уравнение $\log_{\frac{1}{2}} x = 3x^2 + 18x + 24$.

ІІ вариант

1. Решите уравнения:

а) $x^2 - 2|x - 1| - 2 = 0$;

б) $\sqrt{4 + 2x - x^2} = 1 + x$;

в) $\lg(x^2 + 1) = 2 \lg^{-1}(x^2 + 1) - 1$.

2. Решите систему
$$\begin{cases} \frac{\sin 2x + \cos x}{\sqrt{y-1}} = 0, \\ y = 4 \sin x + 3. \end{cases}$$

3. Определите, сколько корней имеет уравнение $\lg x = -2x^2 - 12x - 16$.

КР-11-4-2 УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Гуманитарный и базовый уровни

І вариант

1. Решите неравенство:

а) $|3x - 2| > 2x + 1$;

б) $(x^2 - 5x + 4)\sqrt{3 - x} \leq 0$;

в) $\log_4(x^2 + 3x)^2 - \log_4(x^2 + 3x) \geq 1$.

2. Найдите область определения функции $\lg\left(\frac{4}{5-x} + \frac{3}{x}\right)$.

3. При каких значениях a уравнение $(a + 6)x^2 - 8x + a = 0$ имеет более одного корня?

ІІ вариант

1. Решите неравенство:

а) $|3x - 5| > 9x + 1$;

б) $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{4 - x} \leq 0$;

в) $\log_2(x^2 - 2x) + \log_2(x^2 - 2x)^3 \leq 8$.

2. Найдите область определения функции $\log_2\left(\frac{7}{6-x} - \frac{3}{x}\right)$.

3. При каких значениях a уравнение $(a + 3)x^2 + ax + 1 = 0$ имеет более одного корня?

КР-11-4- УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Профильный уровень

І вариант

1. Решите неравенство:

а) $\frac{x+5}{x+7} + \frac{9}{x^2+6x-7} < 0;$

б) $x|2x-3| < 2;$

в) $\sqrt{x^2-2x} > 4-x.$

2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{(2-x)\log_{\frac{1}{2}}x}.$

3. Решите логарифмическое неравенство $\log_{x+1}(x^2+x-6)^2 \geq 4.$

ІІ вариант

1. Решите неравенство:

а) $\frac{25}{x^2-4x-5} + \frac{x+11}{x-5} > 0;$

б) $|3x-2|x < 1;$

в) $\sqrt{x^2-4x} > x-3.$

2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x \log_2(4-x)}.$

3. Решите логарифмическое неравенство $\log_{9x^2}(6+2x-x^2) \leq \frac{1}{2}.$